التمرين 4

أوجد عبارة أشعة الموضع $\overrightarrow{OM}$ و السرعة $\vec{v}$ و التسارع $\vec{a}$ لجسم M يتحرك على سطح مستوي في المعلمين التاليين :

أ) المعلم الديكارتي $(O, \vec{i}, \vec{j})$

ب) المعلم القطبي $(O, \vec{u_\rho}, \vec{u_\theta})$

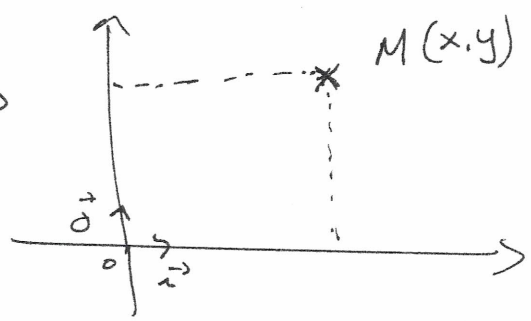
الحل :

أ) في المعلم الديكارتي

$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\overrightarrow{OM}} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j}$$



ب) في المعلم القطبي :

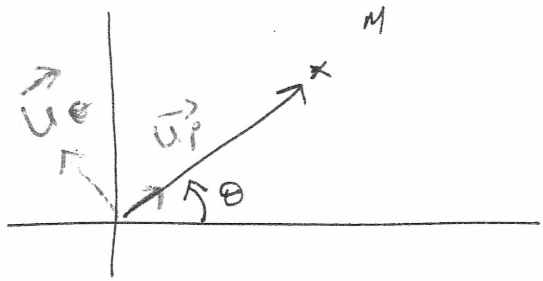
$$\overrightarrow{OM} = \rho\,\vec{u_\rho} \quad \ldots(1)$$

$$\vec{v} = \dot{\overrightarrow{OM}} = \dot{\rho}\,\vec{u_\rho} + \rho\,\dot{\vec{u_\rho}} \quad \ldots(2)$$

يتحرك المعلم القطبي مع المتحرك M إذن أشعة الوحدة $\vec{u_\rho}$ ، $\vec{u_\theta}$ لهذا المعلم متعلقة مع الزمن ولهذا فإن مشتقاتها بالنسبة للزمن مختلفة عن الصفر.

$$\vec{u_\rho} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$$

$$\dot{\vec{u_\theta}} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}$$



من خلال الإشتقاق الزمني للأشعة $\vec{u_\theta}$ ، $\vec{u_\rho}$ سنستنتج العلاقتين التاليتين

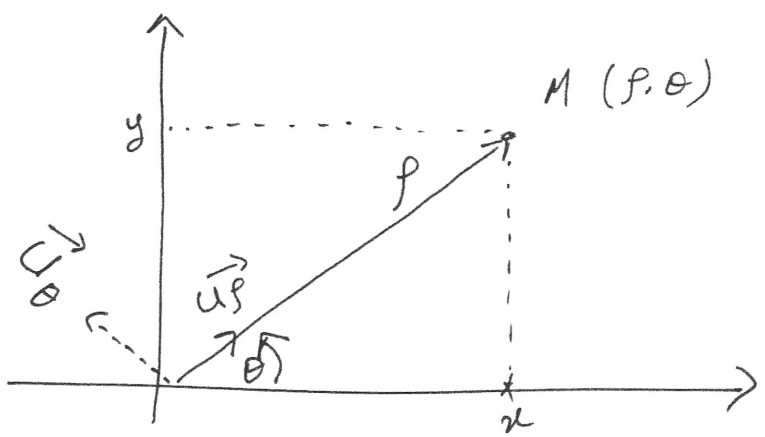
$$\begin{cases} \dot{\vec{u}}_\rho = \dot{\theta}\,\vec{u}_\theta \\ \dot{\vec{u}}_\theta = -\dot{\theta}\,\vec{u}_\rho \end{cases}$$

و بتعويض $\dot{\vec{u}}_\rho$ في المعادلة (2) نجد

$$\vec{v} = \dot{\rho}\,\vec{u}_\rho + \rho\,\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$$

ومنه سنستنتج عبارة التسارع من خلال إشتقاق السرعة بالنسبة للزمن

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = (\ddot{\rho} - \rho\,\dot{\theta}^2)\,\vec{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\,\ddot{\theta})\,\vec{u}_\theta$$



التمرين 2 :

تعرف معادلة حركة متحرك بالمعادلة التالية

$$x(t) = 5t^2 + t + 2$$

أ) أحسب السرعة المتوسطة في الحالات التالية
vitesse moyenne

(2,5 s et 4 s)

(2,5 s et 3,5 s)

(2,5 s et 3 s)

(2,5 s et 2,75 s)

ب) أحسب السرعة اللحظية عند $(t = 2,5\,s)$
vitesse instantanée

ج) حدد نوع الحركة

د) أحسب التسارع اللحظي
l'acceleration instantanée

الحل :

- $v_m(2,5;4) = \dfrac{x(4) - x(2,5)}{4 - 2,5} = \dfrac{86 - 35,75}{1,5} = 33,5\ m\,s^{-1}$

- $v_m(2,5;3,5) = \dfrac{x(3,5) - x(2,5)}{3,5 - 2,5} = \dfrac{66,75 - 35,75}{1} = 31\ m\,s^{-1}$

- $v_m(2,5;3) = \dfrac{x(3) - x(2,5)}{3 - 2,5} = \dfrac{50 - 35,75}{0,5} = 28,5\ m\,s^{-1}$

$v_m(2,5;2,75) = \dfrac{x(2,75) - x(2,5)}{2,75 - 2,5} = \dfrac{42,86 - 35,75}{0,25} = 27,25\ m\,s^{-1}$

ب) السرعة اللحظية عند $t = 2{,}5\,s$

$v(2{,}5) = ?$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(5t^2 + t + 2) = 10t + 1$$

$$v(2{,}5) = 26\ m\,s^{-1}$$

جـ) ما دلالة النتائج:

النتائج تشير إلى أن Δt من $1{,}5\,s$ إلى $0{,}25\,s$

السرعة المتوسطة تتغير من $33{,}5\ m/s$ إلى ~~$28\ m/s$~~ $26\ m/s$

أي أن السرعة المتوسطة تقترب من السرعة اللحظية عندما يقترب Δt من الصفر

واقتربت قيمة السرعة المتوسطة من السرعة اللحظية ($v = 26\ m/s$)

د) حساب التسارع اللحظي

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = 10\ m/s$$

تمرين (3)

في سباق للسرعة على طاب يلعب
يتسابق عداءان منذ لحظة $T=0$ لقطع مسافة
$100m$ ، إذا كانت معادلة حركة كل منهما كما يلي

$$\begin{cases} x_A(t) = 2t + 4 \\ x_B(t) = 4t - 2 \end{cases}$$

- حدد طبيعة حركة كل منهما
- ما هي المسافة الإبتدائية لكل منهما
- ما هي المسافة المقطوعة خلال زمنة قدره $(t=20s)$
- أحسب سرعة كل منهما عند $(t=20s)$
- " قارنهما عند لحظة
- أوجد أوقات يلتقي العداءان.

الحل: